

NUMERI FACILI

CONTANDO S'IMPARA

Diversamente da quanto pensava Piaget, i bambini cominciano molto presto a contare e a costruire il concetto di numero sulla base dei **5 principi seguenti** che secondo **Gelman e Gallistel** sarebbero **innati**.

1-Corrispondenza uno a uno: a ciascun **oggetto** deve corrispondere **uno ed un solo numero**.

2-Ordine stabile: la **sequenza dei numeri è sempre la stessa**, si ripete sempre nello stesso **ordine costante**.

3-Cardinalità: l'**ultimo numero** di un conteggio indica la **quantità totale (cardinale)** degli **elementi contati**.

4-Astrazione: si può contare di tutto, **astrando dalle qualità e cogliendo la sola quantità**.

5-Irrilevanza dell'ordine: si può **iniziare a contare da un oggetto qualsiasi e continuare con qualsiasi ordine**.

La **conta verbale**, secondo la **Fuson** viene acquisita gradualmente dai bambini in modo inizialmente mnemonico, come una "**filastrocca dei numeri**", prima del concetto di numero. Essa è tuttavia **molto utile** per la formazione del concetto stesso, come tutte le **esperienze di conteggio verbale-orale** compiute anche prima e fuori della scuola. Il concetto di numero perciò, comincia a formarsi gradualmente **molto presto**, in un intrecciarsi dinamico di apprendimenti mnemonici e apprendimenti significativi, di aspetti logici e semantici, in una progressione continua ed integrata, che non può essere artificialmente schematizzata in fasi e momenti separati.

Gli errori più comuni che i bambini possono commettere **nel contare** gli oggetti sono:

-Contare 2 volte lo stesso oggetto.

-Saltare un oggetto senza contarlo.

-Dopo aver contato bene tutti gli oggetti, non accorgersi di aver finito, e ricontarne alcuni già contati.

IDIOTI O INTELLETTUALI ?

Nel libro *”Il concetto di numero nella scuola e nella vita quotidiana”*, di **Noce e Missoni**, si evidenzia ad es. che il **concetto** della **parola “tre”** presenta la **stessa difficoltà** della parola **“buono”**, e si osserva: *“Ma allora, perché quando entriamo a scuola ci trattano come dei perfetti idioti rispetto alla parola “tre”, e come degli intellettuali rispetto a “buono?”* **Pellerey** scrive: *“L’attività sul numero avrà inizio subito; l’aritmetica resta il nucleo centrale in classe prima”*. Senza annoiare gli alunni, tenendo conto di quanto essi hanno **già imparato**. E con una bella metafora dello stesso Pellerey: *“la logica non è la portinaia dell’aritmetica”*, non va considerata un suo pre-requisito, come talvolta è accaduto, provocando difficoltà e ritardi.

OPERARE CONCRETAMENTE (*Piaget*)

SU STRUTTURE E SCHEMI ORDINATI (*Gestalt*)

Bortolato, Petter, Pellerey, Jaqueline Bickel, la Stern, la Montessori ed altri hanno costatato l’importanza di visualizzare quantità di elementi, come palline, strutturate in **cinque e decine** per capire e consolidare i numeri e facilitare il **calcolo mentale**. **Pellerey** parla dell’importanza degli **“schemi percettivi”**, trascurati da Piaget perché statici e scrive: *“Recenti tentativi sembrano infatti evidenziare che è possibile per questa strada sviluppare il concetto e la padronanza del numero fino a livelli prima impensabili in bambini cerebrolesi o deboli mentali.”* (*Progetto RICME*)

Tali strutture facilitano molto **la rappresentazione dei numeri** e il **calcolo mentale**, che può e deve essere non solo **orale**, ma anche eseguito **operando concretamente** come vuole **Piaget**. I sussidi qui esposti sono tutti basati su **schemi percettivi (*Gestalt*)**, e sulla **manipolazione attiva, (*Piaget*)**, integrandoli **sinergicamente** in un fecondo **connubio** che ne ottimizza l’efficacia didattica. Essi sono **più efficaci** dei “regoli” o **“numeri in colore”**, perché evidenziano sempre le **unità**, le **cinque** e le **decine**. Es. Se prendo **7 vedo subito** le 7 unità, disposte in **5 + 2**, e le 3 unità che mancano per formare una decina. Ecc...(*Vedi file NUMERI e OPERAZIONI*)

Grazie a tutto ciò essi consentono di **cogliere a colpo d'occhio i numeri**, di **comporli e scomporli** facilmente in vari modi, e di eseguire **concretamente** le operazioni dirette e inverse ed il **calcolo mentale**, sia **orale**, che **scritto in riga**, visualizzando sempre il **passaggio della decina**, con le proprietà associativa, dissociativa, commutativa, ecc... In tal modo, inoltre, si facilita molto anche la comprensione e l'uso significativo dei **simboli**, che saranno pieni di significato.

LA STRUTTURA DECIMALE E' INDISPENSABILE

Hans Freudenthal osserva: *“Il più immediato sintomo di un qualunque sistema di matematica è il suo modo di trattare il numero naturale; più spesso il suo **trascurare** la struttura della numerazione, cioè il **sistema decimale**. Nella **pratica** dei numeri, dalla più rudimentale alla più sofisticata, la **struttura decimale** è l'aspetto **dominante**. Questa **struttura è indispensabile**, dall'apprendimento (puramente linguistico) dei nomi dei numeri, fino all'impiego efficiente di questi. Ma in **nessun sistema matematico** si fa la **minima menzione** di queste cose. Anzi, la matematica ad **alto livello** è stata oggettivizzata, e **spogliata** dei più rudimentali **elementi umani**, come le dita.”*

L'approccio didattico qui presentato si fonda invece totalmente sulla **struttura decimale**, ulteriormente articolata **in cinque**, **visualizzata concretamente**, prima di essere tradotta nella scrittura simbolica, che sarà tanto più facile quanto più si sono **appresi e consolidati i numeri** e il **calcolo mentale** visualizzandoli con **sussidi adatti e verbalizzandoli oralmente**, anche senza scriverli.

TABELLA dei NUMERI da 1 a 100
 CON **CINQUINE DI COLORE DIVERSO**

La tabella è proposta nel “Progetto RICME”, vol. III, pag. 106.

Ci si può **comporre-scomporre, aggiungere e sottrarre** con gettoni o **dischetti colorati** usati per chiudere le **cartucce dei fucili**, reperibili nelle armerie, o anche **senza**, osservando ed evidenziando le varie quantità di caselle e calcolando **mentalmente**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Questa tabella stampata su cartoncino si può fissare con lo scotch a sinistra della tabella operativa delle moltiplicazioni e divisioni a pag. 12, per poterci facilmente disporre e quantificare gli elementi-unità prima di operarci nella tabella stessa delle divisioni e moltiplicazioni di pag. 12.

TABELLA dei NUMERI da 1 a 100

(Con caselle **non numerate**)

Ci si può comporre-scomporre, aggiungere e sottrarre concretamente con gettoni o dischetti colorati usati per chiudere le cartucce dei fucili, reperibili nelle armerie, o anche senza, osservando ed evidenziando le varie quantità di caselle e calcolando mentalmente. (Vedi NUMERI e OPERAZIONI).

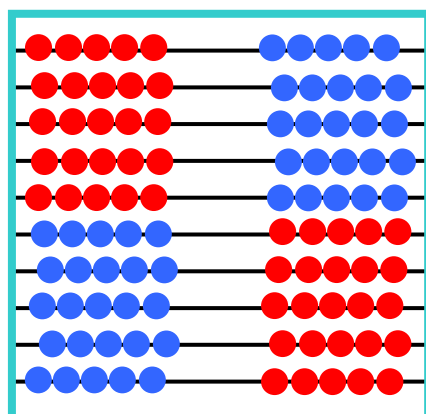
ESEMPIO $7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 10 + 2 = 12$

●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●								

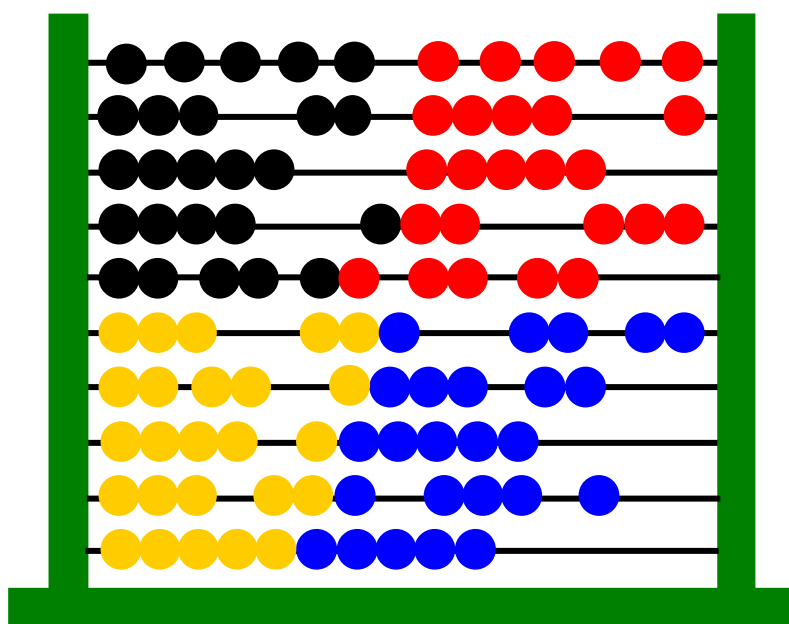
Stampare su cartoncino per **operarci concretamente** con **gettoni colorati** o altro materiale.

PALLOTTOLIERE

CON CINQUINE DI COLORE DIVERSO

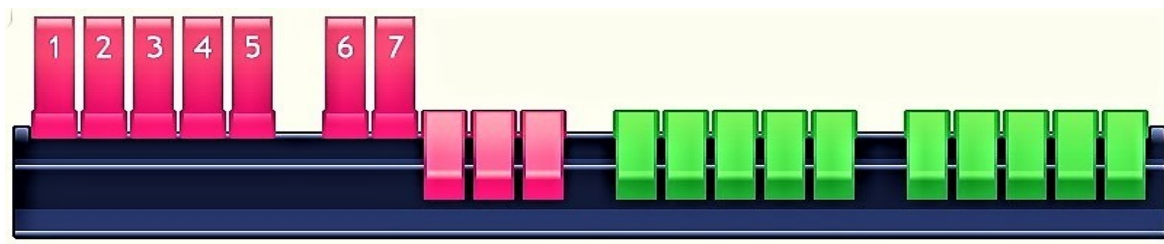


Come **sussidio individuale** per ciascun alunno. Nello **scomporre e comporre** i numeri e fare **addizioni e sottrazioni**, si deve cercare di “**subitizzare**” le varie quantità senza contare per uno. *(Vedi NUMERI E OPERAZIONI)*



E' bene usare un **pallottoliera grande** per guidare gli alunni, all'inizio, anche collettivamente, con attività **orali, verbalizzando** le operazioni fatte concretamente col pallottoliera. Poi, una volta capito, gli alunni possono usare un **pallottoliera individuale**, inventando molti altri esercizi, aiutandosi in coppia, o da soli, anche **solo oralmente**, imparando piacevolmente con poco tempo e fatica. *(Vedi NUMERI E OPERAZIONI)*

LA LINEA DEL 20 *Camillo Bortolato, Erickson.*



La linea del 20 è un ottimo sussidio formato da 20 tasti mobili numerati, disposti in 4 **cinque** separate, evidenziando le **2 decine** con 2 colori diversi. Ci si può operare concretamente **alzando e abbassando** i tasti, sia per formare, comporre e scomporre i vari numeri, sia per visualizzare il **calcolo mentale**, grazie alla struttura ordinata in **cinque e decine**. Come spiega **Bortolato**, i bambini con tale sussidio imparano e consolidano facilmente i numeri e il **calcolo mentale** in modo intuitivo, *“analogico”*, senza troppe complicazioni e spiegazioni concettuali per la loro scrittura e il calcolo **in colonna**, che Bortolato definisce *“cieco”*, cioè meccanico, mentre **quello mentale** è intuitivo e significativo, e permette di *“calcolare senza contare”* grazie appunto ai riferimenti costanti alle **cinque, decine, centinaia, migliaia**, visualizzate concretamente.

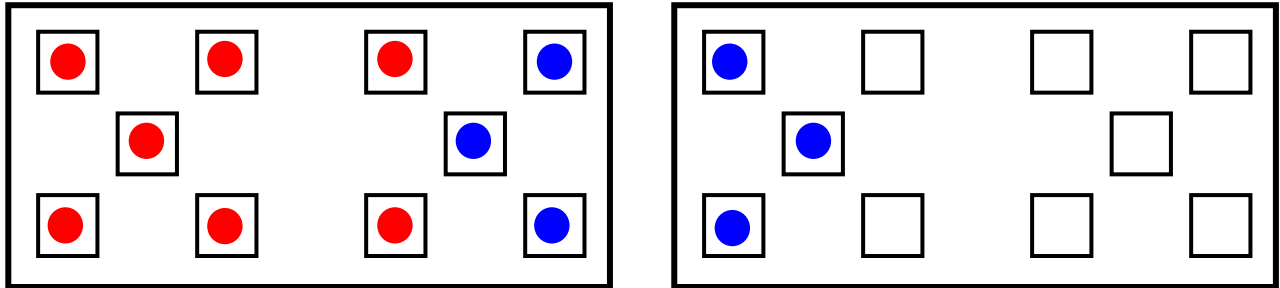
Bortolato inoltre osserva giustamente che: *“Le cifre scritte ci servono per il calcolo scritto, (in colonna; ma anche il calcolo mentale si può scrivere, in riga, nei modi esemplificati nel file NUMERI E OPERAZIONI: nota dello scrivente) ecc...Il calcolo scritto (in colonna) è un paragrafo circoscritto del calcolo mentale, e non il contrario, poiché anche nel calcolo scritto (in colonna) applichiamo, colonna per colonna, le strategie del calcolo mentale.”*

Si usa comunemente l'espressione *“calcolo scritto”* per indicare il *“calcolo in colonna”*. Ma attenzione, è molto importante rappresentare a livello *“scritto”*, oltre che **concreto-operativo** con sussidi adatti, anche le procedure del **calcolo mentale**, per apprenderle ed interiorizzarle stabilmente, come si può vedere chiaramente dagli esempi contenuti nel file *“NUMERI E OPERAZIONI.”* L'importanza di quanto sostiene Bortolato, non sta tanto nel **sussidio in sé**, ma nel modo in cui viene utilizzato e negli **obiettivi ai quali è finalizzato**, che si possono raggiungere anche con altri sussidi analoghi, come quelli esposti nelle prossime pagine, fondati sullo **stesso principio** della struttura in **cinque e decine**, per visualizzare e rappresentare, imparare e consolidare intuitivamente i numeri e il **calcolo mentale**: questi sono **obiettivi prioritari** rispetto alla **scrittura** dei numeri e al **calcolo scritto in colonna**, che diventa molto più facile se si consolida bene il **calcolo mentale**, fatto spesso e visualizzato-rappresentato **concretamente**, ed anche *“scritto”*, prima di essere **interiorizzato**. Bortolato ha pubblicato anche la *“Linea del 100”*, che consente di visualizzare con immediatezza i numeri e i calcoli mentali fino a 100, con modalità analoghe a quelle di un **pallottoliere** a cinque diverse, o degli **altri sussidi** qui presentati.

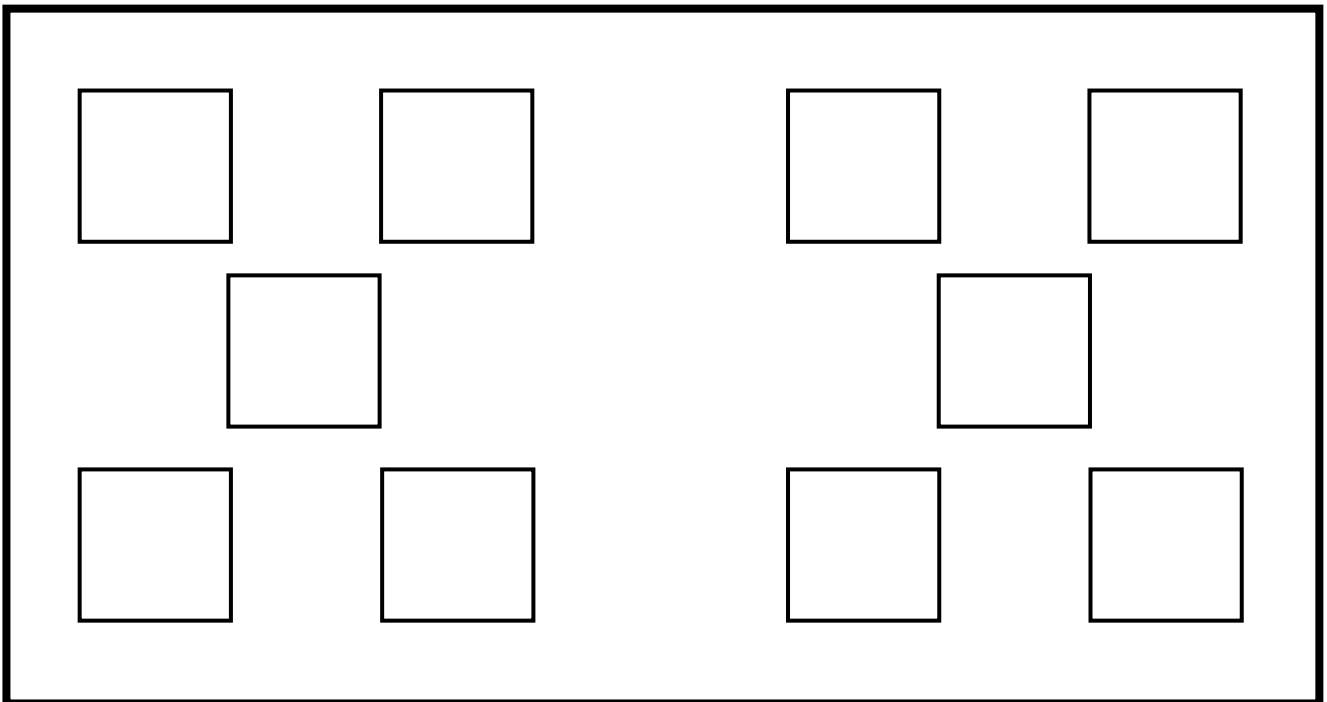
SCHEDE DEL 10

(*Jaqueline Bickel, "L'educazione formativa", ed. Belforte Libraio, Livorno*)

$$\text{Es. } 7 + 6 = 7 + 3 + 3 = 10 + 3 = 13$$



In tali schede, proposte da **Jacqueline Bickel** la **decina** è strutturata in **2 cinque** come negli altri sussidi. Ci si può **operare concretamente** con gettoni **colorati** o anche **senza**, osservando ed evidenziando le caselle con cui si opera.



Stampare su cartoncino per operarci con gettoni o con i **dischetti colorati** che si usano per chiudere le **cartucce dei fucili**, o materiale analogo.

Si possono ovviamente utilizzare **2 o più schede** per operare entro il 20, il 30, ecc...

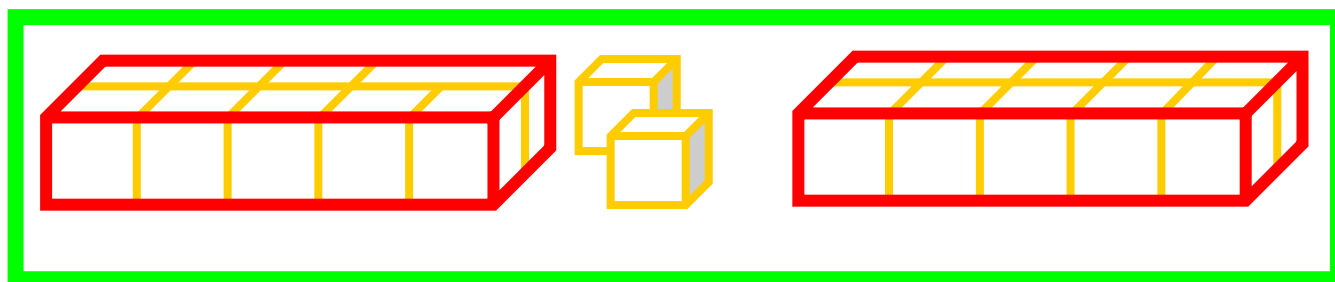
IL CONTAFACILE *(ottimo, con guida)*

*Maria Pia Rinaldelli Saitta (0733-639278)
(Su "Scuola Italiana Moderna" n° 4 del 15/10/2000)*

1 scatola-centinaio verde, contenente

10 scatoline-decine rosse, 5 A DESTRA e 5 A SINISTRA, contenenti

10 cubetti- unità gialli ciascuna, 5 a destra e 5 a sinistra, con cui operare.



(Parte operativa del sussidio, che comprende anche le cifre ed i segni mobili)

Al posto delle **scatoline-decina** si possono usare le **schede** seguenti operandoci con gettoni **colorati** al posto dei **dadi**, per fare composizioni e scomposizioni, addizioni e sottrazioni, visualizzando così il **calcolo mentale**. Ci si può **operare** anche **senza gettoni**, osservando ed evidenziando le caselle con cui si opera.

$$\text{Es. } 13 = 10 + 3 = 3 + 10 = 5 + 5 + 3 = 5 + 3 + 5 = 8 + 5 = 8 + 2 + 3$$

●	●	●	●	●	
●	●	●	●	●	●

●	●	●	●	●	●

I 3 dischetti gialli si possono aggiungere nella scheda sotto invece che in quella a destra.

SCHEDE CONTAFACILE

Stampare su cartoncino per operarci con gettoni o con i **dischetti colorati** che si usano per chiudere **le cartucce dei fucili**, o materiale analogo.


Ci si può **operare concretamente** con gettoni **colorati** o anche **senza**, osservando ed evidenziando le caselle con cui si opera.

Le singole **schede-decina** si possono anche **ritagliare** e usare separatamente.

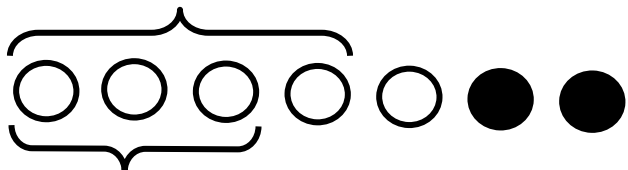
TABELLINE DI ADDIZIONI E SOTTRAZIONI ENTRO IL 20

Per velocizzare i calcoli, le addizioni e le sottrazioni dei numeri **entro il 10** ed il **20** vanno consolidate e automatizzate, a mo' di **tabelline**, **senza contare per uno commutando** gli addendi ed **invertendo** le operazioni. Esempio:

Per i numeri fino a 10 (es. 7)



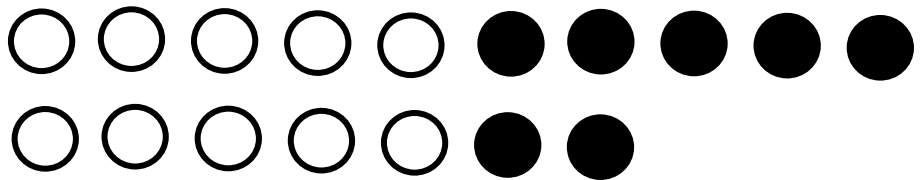
$5 + 2 = 7$; $7 - 2 = 5$
 $2 + 5 = 7$; $7 - 5 = 2$



$4 + 3 = 7$; $7 - 3 = 4$
 $3 + 4 = 7$; $7 - 4 = 3$

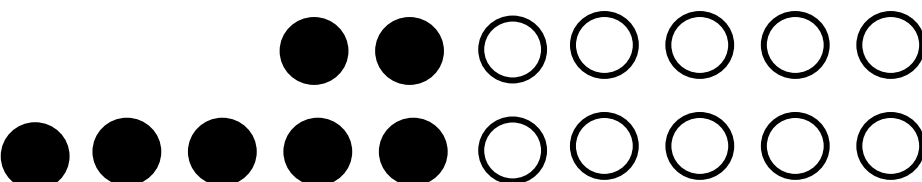
ecc...6 + 1 = 7 e 7 + 0 = 7

Per i numeri da 11 a 20 (es.17)



$10 + 7 = 17$
 $17 - 7 = 10$

*Usare una stessa illustrazione, qui invece ripetuta, capovolgendola:
 10 + 7 = 17 sarà scritto capovolto a sinistra e 17 - 7 = 10 capovolto sopra.*



$7 + 10 = 17$
 $17 - 10 = 7$

TABELLA OPERATIVA (senza lo zero)

MOLTIPLICAZIONI E DIVISIONI

La tabella contenuta nella prossima pagina si può **stampare su cartoncino** leggero. Essa può essere usata come una **normale tavola pitagorica**, ma ci si può anche **operare concretamente** con dei dischetti. Ci si possono costruire **schieramenti concreti** con i **dischetti** colorati usati per chiudere le **cartucce** dei fucili, o **gettoni** o altro materiale analogo, e ci si possono eseguire **concretamente moltiplicazioni e divisioni** con riferimento a semplici problemi, come da esempi seguenti. Le COLONNE indicano le VOLTE o PARTI UGUALI, nelle operazioni di moltiplicazione e divisione. Tale scelta può essere utile a livello didattico, nelle classi iniziali, anche se matematicamente è **riduttiva e va poi superata**, come è meglio precisato nel file “NUMERI e OPERAZIONI.”

A **sinistra** di questa tabella si può **fissare** con lo scotch l'**altra tabella dei numeri da 1 a 100, a pag. 1**, stampata su cartoncino, in cui si possono disporre ordinatamente e **quantificare** facilmente i gettoni prima di **dividerli** in questa tabella. Ovviamente si può usare la tabella anche **senza operarci** con i gettoni, ma semplicemente delimitando i vari **schieramenti** magari con **due righelli a squadra**.

COME OPERARE CONCRETAMENTE CON LA TABELLA

1-Moltiplicazione.

Ci sono **3 bambini**. Gli voglio regalare **4 caramelle** ciascuno. Quante caramelle mi servono in tutto?

Prendo 4 elementi-dischetti-caramelle e li metto in una **colonna (bambino)** per **3 volte**, nelle prime 3 colonne, ripetendo 4 elementi per 3 volte = 12 elementi-caramelle.

Si possono formare anche 3 mucchietti di 4 dischetti ciascuno sopra le prime 3 frecce-colonne che in questo esempio rappresentano i bambini.

2-a-Divisione (*continenza, sottrazione ripetuta, raggruppamenti*)

Ho **13 caramelle** e ne dò **4 a ogni bambino**: quanti bambini accontento?

Prendo 13 elementi-dischetti-caramelle. Poi metto 4 dischetti-caramelle in ciascuna **colonna (bambino)**, formando così **3 colonne (bambini)**, nelle prime 3 colonne, con 4 elementi-caramelle ciascuna. Tali elementi-caramelle si possono anche raggruppare in 3 mucchietti da 4 elementi-caramelle ciascuno sopra le prime 3 frecce-colonne (i bambini).

Avanza 1 caramella: **resto 1**.

2-b-Divisione (*in parti uguali: ripartizione*).

Ho **13 caramelle** e le divido in **parti uguali** fra 3 bambini: quante caramelle dò a ciascuno? Prendo 13 dischetti-elementi-caramelle. Poi metto **12 dischetti-caramelle** nelle prime **3 colonne (bambini)**, facendo 3 parti uguali di 4 elementi-caramelle ciascuna. Le 3 parti uguali si possono anche formare mettendo i dischetti-caramelle in 3 mucchietti uguali di 4 elementi-caramelle ciascuno, sopra le prime 3 frecce-colonne (i bambini). Avanza 1 caramella: **resto 1**.

ZERO AMICO E NON FETICCIO

Questa tabella è un semplice strumento per operare con unità reali, senza essere esaustivo, perciò non comprende lo zero, che ovviamente è anch'esso un numero importantissimo, e verrà adeguatamente presentato e utilizzato con altre modalità didattiche adeguate, introducendolo gradualmente in modo semplice ed intuitivo. senza farne un feticcio, come osserva Bortolato. Il quale giustamente osserva che spesso ci si preoccupa troppo di come si scrivono i numeri, e così *la matematica scolastica “finisce per diventare la religione dei numeri scritti. Il totem è il valore posizionale e lo zero il suo feticcio.”*

Invece i bambini capiscono e apprendono facilmente i numeri, anche senza scriverli, e il calcolo mentale, grazie alla loro rappresentazione con le dita o con sussidi dalla struttura analoga, in cinque e decine.

(*Vedi NUMERI E OPERAZIONI*)

TABELLA OPERATIVA (senza lo zero) - MOLTIPLICAZIONI E DIVISIONI

VOLTE o PARTI UGUALI (colonne)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

A sinistra di questa tabella ci si può fissare con lo scotch l'altra tabella dei numeri da 1 a 100 a pag. 3, stampata su cartoncino, per quantificarvi i dischetti prima di operarci in questa tabella.